Köklü Sayılar

$k \in Z^+$, $a \in R$, $k \geq 2$ olmak üzere $x^k = a$ denklemini sağlayan x sayılarına a nın k. dereceden kökü denir.

$x^k = a \Rightarrow x = \sqrt[k]{a} = a^{1/k}$ dir. Benzer olarak $x^k = a^m \Rightarrow x = \sqrt[k]{a^m} = a^{m/k}$ ile gösterilir.

a^b= x ifadesinde b tam sayısı tek ise $\forall x \in R$ için a = $\sqrt[b]{x}$ bir gerçek sayıdır.

a^b = x ifadesinde b tam sayısı çift ise $x \geq 0$ için a = $\sqrt[b]{x}$ bir gerçek sayıdır.

Örnek1: $\sqrt{3-a}$ ifadesini gerçek sayı yapan a değerleri nelerdir ?

Örnek2: $\sqrt{m-6}+\sqrt[4]{8-m}$ ifadesi reel sayı ise m yerine yazılabilecek tam sayılar toplamı kaçtır ?

- $n \in Z^+$, $n \geq 2$, $a \in R$ olmak üzere $\sqrt[n]{a^n}$ ifadesi,
  n tek ise a ,
  n çift ise lal ya eşittir.

Örnek3: $\sqrt[4]{(-5)^4} + \sqrt[2]{(-1)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3}$ işleminin sonucu kaçtır ?

Örnek4: x > 0 > y olmak üzere $\sqrt[6]{(y-x)^6} + \sqrt[5]{x^5} - \sqrt[4]{(x-y)^4}$ =?

Örnek5: $\sqrt[5]{3^{a-2}} = \sqrt[3]{27^{a-1}}$ denkleminin çözüm kümesi nedir ?

- $k \in Z^+$, $k \geq 2$ olmak üzere
  $(\sqrt[k]{a})^k = (a^{1/k})^k = a^{\left(\frac{1}{k}\right).k}$ = a olur.
- $x \in R^+$, $a \geq 0$, $k \in Z^+$, $k \geq 2$ olmak üzere
  $x.\sqrt[k]{a} = \sqrt[k]{a.x^n}$
- m , $k \in Z^+$, $k \geq 2$, $a \geq 0$ olmak üzere
  $(\sqrt[k]{a})^m = a^{\left(\frac{1}{k}\right)^m} = a^{\left(\frac{m}{k}\right)} = \sqrt[k]{a^m}$ olur.
- $k \in Z^+$, $k \geq 2$, $a \geq 0$, x, y, z $\in R$ olmak üzere
  $x.\sqrt[k]{a}+y.\sqrt[k]{a}-z.\sqrt[k]{a} = \sqrt[k]{a}$ (x+y-z) dir.

www.betulhoca.com

Örnek6: $\sqrt{72} + \sqrt{98} + \sqrt{18}$ =?

- k∈Z⁺ , k ≥ 2 , a,b ≥ 0 olmak üzere

  $\sqrt[k]{a}.\sqrt[k]{b} = \sqrt[k]{a.b}$

- a, b, k ∈Z⁺ k≥2 olmak üzere

  $\frac{\sqrt[k]{a}}{\sqrt[k]{b}} = \sqrt[k]{\frac{a}{b}}$

- m, k∈Z⁺ , k≥2 , a≥0 olmak üzere $\sqrt[k]{a^m} = a^{\frac{m}{k}}$ ifadesinin üssü bir r∈Z⁺ sayısı ile genişletilirse:

  $a^{\frac{m.r}{k.r}} = \sqrt[k.r]{a^{m.r}}$ olur.

Örnek7: $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16}$ = ?

- m, k∈Z⁺ , k ≥ 2 , a ≥ 0 , r∈Z⁺ olmak üzere $\sqrt[k]{a^m}$ ifadesinde kök ve üs r ye bölünürse :

  $\sqrt[\left(\frac{k}{r}\right)]{a^{\left(\frac{m}{r}\right)}}$ olur. Burada $\frac{k}{r}$ ifadesi çift ise $a^{\left(\frac{m}{r}\right)} \geq 0$ olmalıdır. Bunu bir örnekle açıklayalım :

  $\sqrt[8]{(-3)^6} \neq \sqrt[8:2]{(-3)^{6:2}}$

  $\sqrt[8]{(-3)^6} \neq \sqrt[4]{(-3)^3}$ tür. Çünkü

  $(-3)^3 < 0$ dır.

Örnek8: $\frac{2\sqrt{27}+3\sqrt{48}+2\sqrt{12}}{\sqrt{75}-\sqrt{3}} = ?$

Örnek9: $\sqrt{2}.\sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{a}$ => a =?

Örnek10: $\sqrt[3]{5}.\sqrt{3}$ =?

www.betulhoca.com

Örnek11: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}.\sqrt[3]{\sqrt{5}+1}}{\sqrt[6]{\sqrt{5}-1}}$ =?

Örnek14: $\frac{\sqrt[a+1]{3^a+3^a+3^a}}{\sqrt[b+1]{5^b+5^b+5^b+5^b+5^b}}$ **=?**

Çarpımları rasyonel olan iki irrasyonel sayıdan biri, diğerinin eşleniğidir. Köklü rasyonel ifadelerde paydanın kökten kurtulması için, kesir paydadaki ifadenin eşleniği ile çarpılmalıdır.

Sayı	Eşleniği	Sayı.eşlenik
$\sqrt{x}+\sqrt{y}$	$\sqrt{x}-\sqrt{y}$	$(\sqrt{x}+\sqrt{y}).(\sqrt{x}-\sqrt{y})$ = $(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2$ = x - y
$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}.\sqrt{x}$=x
$\sqrt{x}$+y	$\sqrt{x}$ −y	$(\sqrt{x}+y).(\sqrt{x}-y)$=x-$y^2$
$\sqrt[k]{x^a}$	$\sqrt[k]{x^b}$	$\sqrt[k]{x^a}.\sqrt[k]{x^b}=\sqrt[k]{x^{a+b}}$=x , (k=a+b)

Örnek12: $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$ - $\frac{2}{\sqrt{5}+1}$ =?

Örnek13: $\frac{-1}{2+2\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2-2\sqrt{3}}$ =?

Örnek15: $\sqrt{355.480-354.481}$ =?

$\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ ve $\sqrt{a-2\sqrt{b}}$ Şeklindeki İfadeler

$\sqrt{a+2\sqrt{b}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ olsun. Her iki tarafın karesi alınırsa:

$a+2\sqrt{b}=(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2$ = x + $2\sqrt{x.y}$+y = (x+y) + $2\sqrt{x.y}$ olur. Buradan b=x.y , a=x+y bulunur.

$\sqrt{(x+y)+2\sqrt{x.y}}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$

$\sqrt{(x+y)-2\sqrt{x.y}}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$ (x>y)

Örnek16: $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ =?

Örnek17: $\sqrt{4+\sqrt{7}}$ +$\sqrt{4-\sqrt{7}}$ = ?

- $\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{m}}} = \sqrt[a.b.c]{m}$
- $\sqrt[a]{x\sqrt[b]{y\sqrt[c]{z}}} = \sqrt[a.b.c]{x^{b.c}.y^{c}.z}$

Örnek18: $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{5}}}}}$ =?

Örnek19: $\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}}$ =?

Örnek20: $\sqrt[4]{17-2\sqrt{72}}$ =?

Örnek21: a= $\sqrt[60]{6}$, b= $\sqrt[36]{3}$, c= $\sqrt[45]{4}$ ise a , b ve c yi sıralayınız.