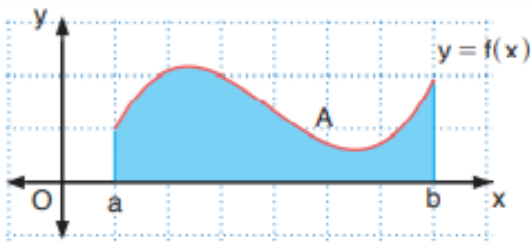


Belirli İntegral ile Alan Hesabı

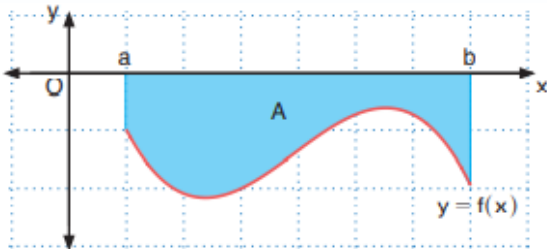
$f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ integrallenebilir ve sürekli bir fonksiyon, $f(x) > 0$ olmak üzere $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$, $x=b$ doğruları ve x eksenini ile sınırlı bölgenin alanı:

$$A = \int_a^b f(x) dx$$



$f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ integrallenebilir ve sürekli bir fonksiyon, $f(x) < 0$ olmak üzere $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$, $x=b$ doğruları ve x eksenini ile sınırlı bölgenin alanı

$$A = - \int_b^a f(x) dx$$

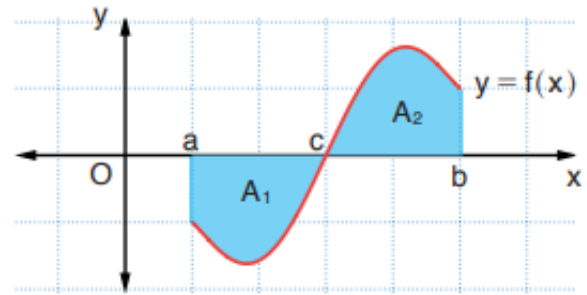


$f:[a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyon, $a < c < b$ ve $\forall x \in [a,c]$ için $f(x) < 0$, $\forall x \in (c,b]$ için $f(x) > 0$ olsun. $f(x)$ fonksiyonunun $x=a$, $x=b$ doğruları ve x eksenini ile sınırlı bölgenin alanı:

$A + A_1 + A_2 = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ olur. Buradan:

$$A = \int_a^b |f(x)| dx$$

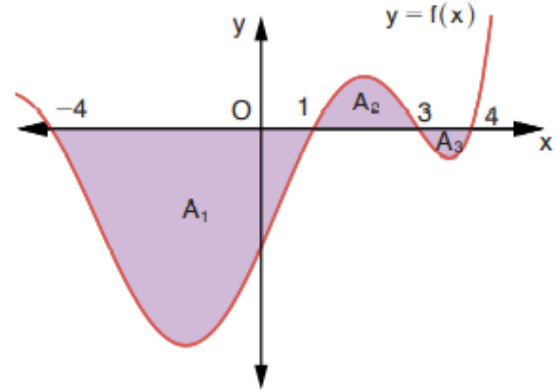
elde edilir.



Örnek1: Denklemi $x^2 - 9 = -y$ olan eğri ve x eksenini arasındaki alanı bulunuz.

Örnek2: Denklemi $y = x^2 - 4$ olan eğri ile x eksenini arasındaki alanı bulunuz.

Örnek4: Grafikte $\int_{-4}^4 f(x)dx = -5$ ve $\int_{-4}^4 |f(x)|dx = 11$ ise $A_2 = ?$



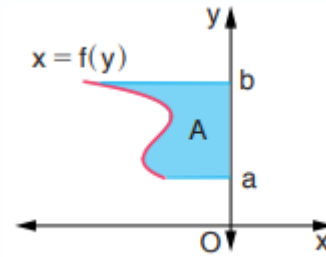
Örnek3: Denklemi $y = x^2 - x$ olan eğri ile x eksenini arasındaki alanı bulunuz.

Örnek5: $y = x^2 + 2$ eğrisi ile $x = 2$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.

Örnek6: $y = x^2 - 2x$ eğrisi ve $y = 0$, $x = -2$, $x=6$ doğruları arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

$[a,b]$ aralığında $f(y) \leq 0$ olmak üzere $x = f(y)$ eğrisi, $y=a$ ve $y=b$ doğruları ile y eksenin sınırladığı bölgenin alanı A olmak üzere

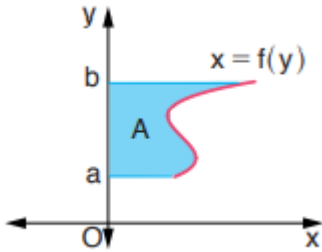
$$A = - \int_a^b f(y) dy = - \int_a^b x dy$$



Örnek7: $y = \sqrt{x}$ eğrisinin $y=0$, $y=3$ doğruları arasında kalan bölgesinin alanını bulunuz.

$[a,b]$ aralığında $f(y) \geq 0$ olmak üzere $x = f(y)$ eğrisi, $y=a$ ve $y=b$ doğruları ile y eksenin sınırladığı bölgenin alanı A olmak üzere

$$A = \int_a^b f(y) dy = \int_a^b x dy$$



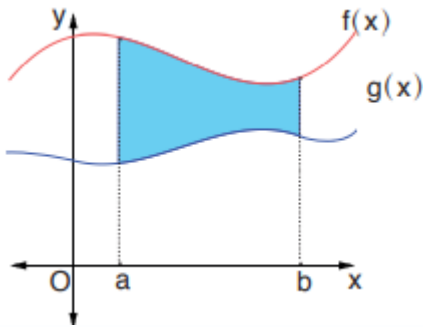
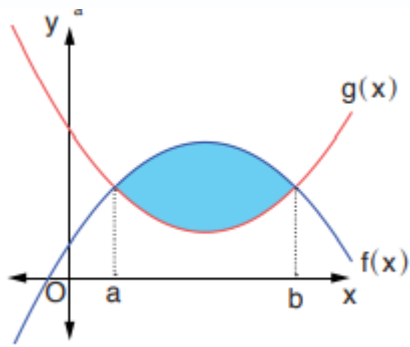
Betül
Hoca

$y=f(x)$ ve $y=g(x)$ Eğrileri Arasında Kalan Alan

$[a,b]$ aralığında $f(x)$ ve $g(x)$ integrallenebilen fonksiyonlar olmak üzere

$\forall x \in [a,b]$ için $f(x) \geq g(x)$ ise $x=a$ ve $x=b$ doğruları ile eğriler arasında kalan sınırlı bölgenin alanı

$$A = A_1 - A_2 = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

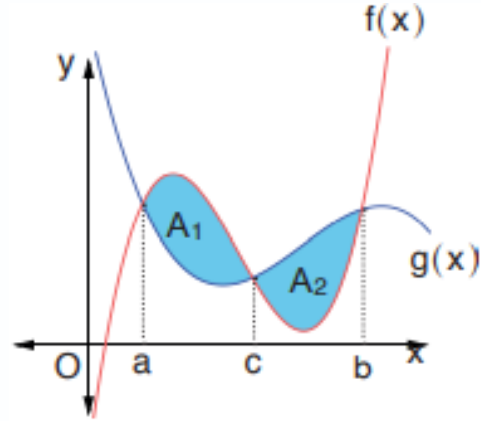


Örnek8: $y = x^2 + 2x$ eğrisi ile $y = x+2$ doğrusu ile sınırlanan bölgenin alanını bulunuz.

$[a,b]$ aralığının bir kısmında $f(x) \geq g(x)$, diğer kısmında $f(x) \leq g(x)$ ise $x=a$ ve $x=b$ doğruları ile eğriler arasında kalan sınırlı bölgenin alanı:

$$A = A_1 + A_2 = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

olur.



Örnek9: $y = x^2 - 2$ ile $y = 2 - x^2$ eğrileri ile $x = \pm 3$ doğruları arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.

$[a,b]$ aralığı için $f(y) \geq g(y)$ ise $y=a$ ve $y=b$ doğruları ile eğriler arasında kalan sınırlı bölgenin alanı:

$$A = \int_a^b |f(y) - g(y)| dy$$

ile ifade edilir.

Örnek10: $x = y^2$ eğrisi ile $x = y+3$ doğrusu ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

Örnek12: $\int_0^1 \sqrt{-x^2 + 4} = ?$

Örnek11: $\int_{-4}^4 \sqrt{-x^2 + 16} = ?$