

Sayma yöntemleri

Bir kümenin elemanları ile Z^+ (pozitif tam sayılar) kümesinin elemanları arasında bir eşleşme yaparak verilen kümenin eleman sayısını bulmaya **bire bir eşleme yoluyla sayma** denir. Kümenin son elemanı ile eşleşen doğal sayı, kümenin eleman sayısıdır.

Örnek1: TÜRK kelimesinin harflerinden oluşan kümenin eleman sayısını bire bir eşleme ile bulunuz.

X ile Y sonlu ve ayrık iki küme olmak üzere bu iki kümenin birleşim kümesinin eleman sayısını bulmaya **toplama yoluyla sayma** denir. Ayrık kümelerin birleşiminin eleman sayısı:

$$S(X \cup Y) = S(X) + S(Y) \text{ ile bulunur.}$$

Örnek2: Bir şehirden diğerine gitmek için 3 otobüs, 2 uçak seferi vardır. Yolculuk yapmak isteyen bir kişinin toplamda kaç farklı gidiş yolu olduğunu bulunuz.

Örnek3: 3 kitap 4 dergi arasından bir kitap veya bir dergi kaç farklı şekilde seçilebilir ?

K ve L boş küme olmamak ve ayrık iki küme olmak üzere $K \times L$ kümesindeki sıralı ikililerin eleman sayısını bulmaya **çarpma yolu ile sayma** veya **saymanın temel ilkesi** denir.

$$S(K \times L) = S(K) \cdot S(L) \text{ ile bulunur.}$$

Örnek4: İzmir'den Mersin'e 2 farklı yol, Mersin'den Adana'ya 3 farklı yolla gidilebilmektedir. İş için İzmir'den Adana'ya gitmek isteyen Burak Bey, yolda Mersin'e uğramak zorunda ise kaç farklı şekilde İzmir'den Adana'ya gidebilir ?

Örnek5: 2 kırmızı 6 mavi bilye arasından 1 kırmızı ve 1 mavi bilye kaç farklı şekilde seçilebilir ?

Örnek7: 16 kişilik gezi grubunda 1 başkan ve 1 yardımcı kaç farklı şekilde seçilebilir ?

Örnek6: Evden okula 4, okuldan dershaneye 5 farklı yolla gidebildiğime göre;

a) Evden çıkıp okula uğrama koşuluyla , evden dershaneye kaç farklı yolla gidip dönebilirim ?

Örnek8: 5 dergi 3 eve kaç farklı şekilde kargolanabilir ?

Örnek9: 3 kitap, 5 eve yollanacaktır. Her evde en çok bir kitap olması koşuluyla kaç farklı şekilde yollanabilir ?

b) Gittiğim yollardan tekrar geçmemek ve okula uğramak şartıyla, evden dershaneye kaç farklı yolla gidip dönebilirim ?

Örnek10: 4 ile başlayıp 3 ile biten rakamları farklı 5 basamaklı kaç tan doğal sayı yazılabilir ?

c) Gittiğim yolu dönüşte kullanmamak ve okula uğramak şartıyla evden dershaneye kaç farklı yolla gidip dönebilirim ?

Betül
Hoca

Örnek11: $S=\{4,5,6,7\}$ kümesinin elemanları kullanılarak dört basamaklı

a) Rakamları farklı kaç doğal sayı yazılabilir?

b) Kaç doğal sayı yazılabilir ?

c) 1000-3000 arasında rakamları farklı kaç doğal sayı yazılabilir ?

d) Rakamları farklı kaç çift doğal sayı yazılabilir?

Örnek12: 1-9 arasındaki sayılardan oluşan bir küme ile rakamları birbirinden farklı ve rakamlarının çarpımı 6 ile bölünebilen kaç farklı doğal sayı yazılabilir ?

Faktöriyel Kavramı

$n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere 1 den n ye kadar olan doğal sayıların çarpımına n faktöriyel denir, $n!$ ile gösterilir.

$$n! = 1.2.3 \dots (n-1).n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1.2 = 2$$

$$3! = 1.2.3 = 6$$

$$4! = 1.2.3.4 = 24$$

$$5! = 1.2.3.4.5 = 120$$

$$6! = 6.5! = 6.5.4!$$

$$0! = 1 \text{ kabul edilir.}$$

$$n! = n.(n-1)! = n.(n-1).(n-2)! \dots$$

Örnek13: $\frac{10! - 9!}{8! + 7!} = ?$

Örnek14: $\frac{(a+3)!}{(a+1)!} = 20$ ise $a=?$

Örnek17: $x,y \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x! = 120.y!$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (x,y) ikilisi vardır ?

- $n > 4$ olmak üzere $n!$ sayısında 2 ve 5 çarpanları olduğunda birler basamağı mutlaka 0 olur.

Örnek18: $3! = 3^x.y$, $x \in \mathbb{N}$ ise x in alabileceği değerler toplamı kaçtır ?

Örnek15: $3! + 4! + 5! + 6! + \dots + 2020!$
Toplamının birler basamağındaki rakam kaçtır ?

Örnek19: $a \in \mathbb{Z}^+$ ise $a.(a!) = (a+1)! - a!$ ise $1.(1!) + 2.(2!) + 3.(3!) + \dots + 43.(43!)$ toplamında sondan kaç basamak 9 dur ?

Örnek16: $\frac{m}{7} = 5!$ ise $7! + 6! + 5!$
Toplamının m cinsinden eşiti nedir ?

Örnek20: $x,y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $67! = 15^x.y$ eşitliğinde x in alabileceği değerler nelerdir?