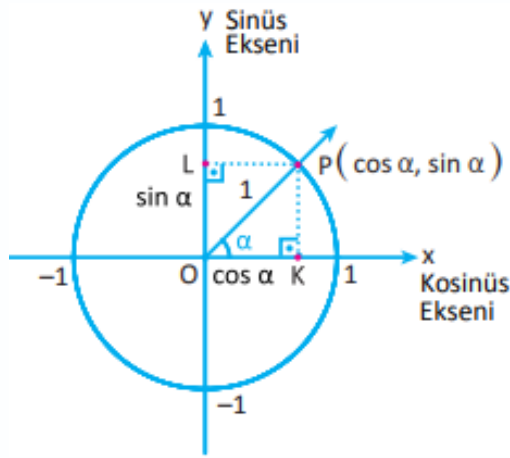


Trigonometrik Fonksiyonlar

$x \in \mathbb{R}$ sayısını $\cos x$ e dönüştüren f fonksiyonuna **kosinüs fonksiyonu** denir.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ şeklinde gösterilir.

$x \in \mathbb{R}$ sayısını $\sin x$ e dönüştüren f fonksiyonuna **sinüs fonksiyonu** denir.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ şeklinde gösterilir.

Analitik düzlemde x eksenine **kosinüs eksen**i, y eksenine ise **sinüs eksen**i denir.



Şekildeki OKP dik üçgeninde Pisagor teoremi uygulanırsa $|OK|^2 + |KP|^2 = 1$ ise

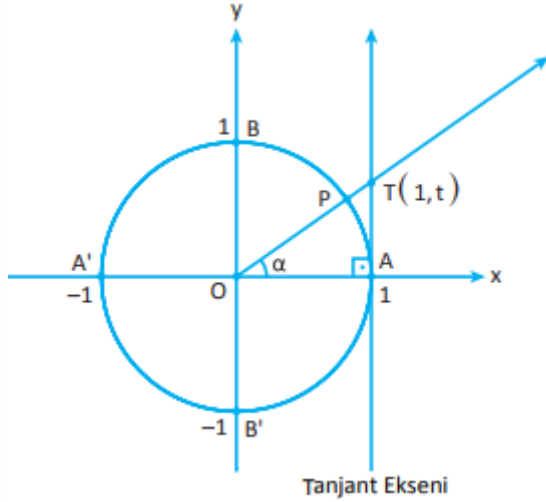
$$(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$$

Örnek2: $P(\frac{\sqrt{5}}{4}, m)$ noktasının birim çemberin üzerinde olduğu biliniyorsa m nin alabileceği değerler nelerdir ?

Örnek3: $m \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $3 + 3\sin(x + m \cdot 2\pi)$ ifadesinin alabileceği kaç tane tam sayı değeri vardır ?

Örnek1: $\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{13\pi}{3}$ işleminin sonucunu bulunuz.

Birim çemberde ölçüsü α olan AOP üçgeninde OP ışınının $x=1$ doğrusunu kestiği $T(1,t)$ noktasının ordinatına, AOP üçgeninin **tanjantı** denir ve $\tan \alpha$ ile gösterilir. Şekilde $\tan \alpha = t$ olur. Bu durumda $x=1$ doğrusuna **tanjant eksen** denir.

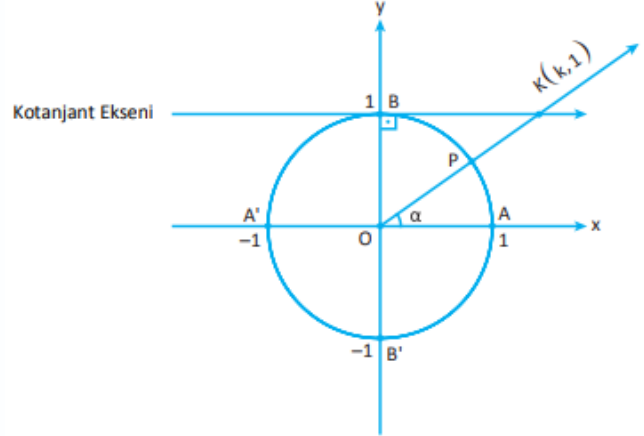


$\forall x \in \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ gerçekte sayılarını $\tan x$ e dönüştüren fonksiyona **tanjant fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \tan x$ şeklinde gösterilir.

- $\tan 0^\circ = 0$
- $\tan 90^\circ = \tan \frac{\pi}{2} = \text{tanımsız}$
- $\tan 180^\circ = \tan \pi = 0$
- $\tan 270^\circ = \tan \frac{3\pi}{2} = \text{tanımsız}$

Birim çemberde ölçüsü α olan AOP üçgeninde OP ışınının $y=1$ doğrusunu kestiği $K(k,1)$ noktasının apsisine, AOP üçgeninin **kotanjantı** denir ve $\cot \alpha$ ile gösterilir. Şekilde $\cot \alpha = k$ olur. Bu durumda $y=1$ doğrusuna **kotanjant eksen** denir.



$\forall x \in \mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ gerçekte sayılarını $\cot x$ e dönüştüren fonksiyona **kotanjant fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \cot x$ şeklinde gösterilir.

- $\cot 0^\circ = \text{tanımsız}$
- $\cot 90^\circ = \cot \frac{\pi}{2} = 0$
- $\cot 180^\circ = \cot \pi = \text{tanımsız}$
- $\cot 270^\circ = \cot \frac{3\pi}{2} = 0$

$\cos \alpha \neq 0, \sin \alpha \neq 0$ olmak üzere

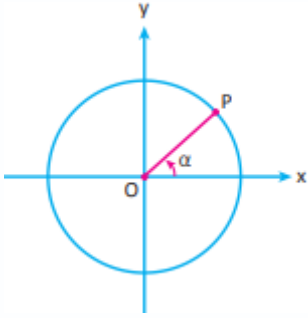
$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
---	---

olduğundan

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

Trigonometrik Fonksiyonların Bölgelere Göre İşaretleri

I. Bölgede:

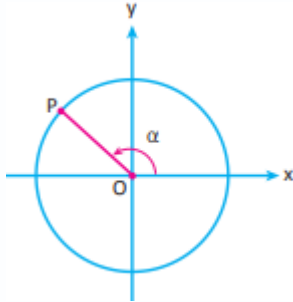


$$0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

$$\sin \alpha > 0 \quad \cos \alpha > 0$$

$$\tan \alpha > 0 \quad \cot \alpha > 0$$

II. Bölgede:

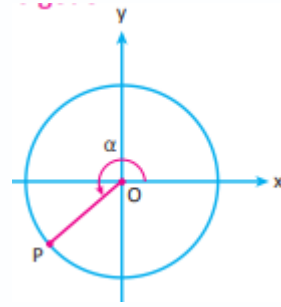


$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

$$\sin \alpha > 0 \quad \cos \alpha < 0$$

$$\tan \alpha < 0 \quad \cot \alpha < 0$$

III. Bölgede:

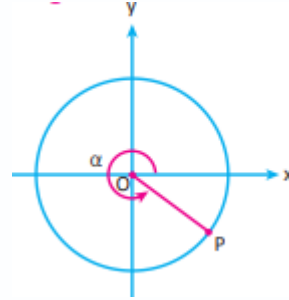


$$180^\circ < \alpha < 270^\circ$$

$$\sin \alpha < 0 \quad \cos \alpha < 0$$

$$\tan \alpha > 0 \quad \cot \alpha > 0$$

IV. Bölgede:



$$270^\circ < \alpha < 360^\circ$$

$$\sin \alpha < 0 \quad \cos \alpha > 0$$

$$\tan \alpha < 0 \quad \cot \alpha < 0$$

Örnek4: Aşağıdaki trigonometrik değerlerin işaretlerini bulunuz.

- a) $\cos 70^\circ$
- b) $\sin 320^\circ$
- c) $\tan 235^\circ$
- d) $\cot 149^\circ$

Örnek5: $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 5\cos x - 3$ fonksiyonunun görüntü kümesi nedir ?

Örnek7: $\sin 50^\circ$, $\cos 50^\circ$, $\tan 50^\circ$, $\cot 50^\circ$ ifadelerini sıralayınız.

Örnek8: $\sin 210^\circ$, $\cos 300^\circ$, $\tan 260^\circ$, $\cot 340^\circ$ ifadelerini sıralayınız.

Örnek6: $7\sin\beta + 4\cos\alpha$ ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

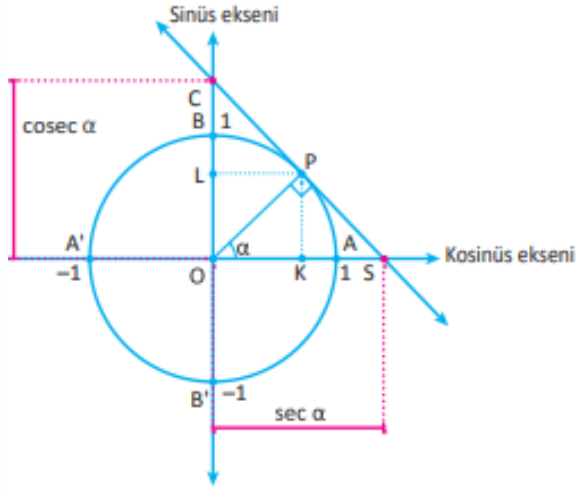
Örnek9: $0^\circ < x < 90^\circ$ olmak üzere $\tan x = \frac{1}{2}$ ise $\cos x = ?$

Örnek10: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ olmak üzere $\sin \alpha = \frac{4}{6}$ ise $\tan \alpha = ?$

Örnek13: $(4 - \cos x) \cdot (7 + \cos x)$ ifadesinin alabileceği en büyük değer nedir ?

Örnek11: Uygun şartlarda tanımlı olmak üzere $\frac{\cot \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek12: Uygun şartlarda tanımlı olmak üzere $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \cot x$ ifadesinin en sade halini bulunuz.



Örnek14: I.bölgede $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ ise $\frac{\csc \alpha}{\cot \alpha}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$S(s,0)$ noktasının apsisine $\alpha \in \mathbb{R}$ sayısının **sekanti** denir. $\sec x$ ile gösterilir.

$\forall x \in \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ gerçekte sayılarını $\sec x$ e dönüştüren fonksiyona **sekant fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$, $f(x) = \sec x$ şeklinde tanımlanır.

$$\sec 90^\circ = \sec \frac{\pi}{2} \text{ ve } \sec 270^\circ = \sec \frac{3\pi}{2}$$

tanımsızdır.

$C(0,c)$ noktasının ordinatına α gerçekte sayısının **kosekanti** denir. $\csc x$ veya $\csc x$ ile gösterilir

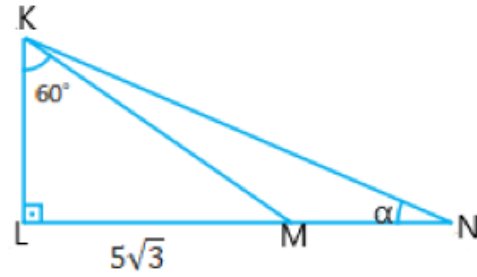
$\forall x \in \mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ gerçekte sayılarını $\csc x$ e dönüştüren fonksiyona **kosekant fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R} - \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R} - (-1, 1)$, $f(x) = \csc x$ şeklinde tanımlanır.

$\csc 0^\circ$ ve $\csc 180^\circ = \csc \pi$ **tanımsızdır.**

$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$	$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$
---------------------------------------	---------------------------------------

Örnek15: Şekildeki KLN üçgeninde $|LN| = 7\sqrt{3}$ olduğuna göre $\sec \alpha$ değerini bulunuz.



Örnek16: Uygun şartlarda tanımlı olmak

üzere $\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} + 2\cot x}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

$k\pi \pm \alpha$ Şeklindeki Açılımların

Trigonometrik Oranları

k tek sayı ise:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \quad \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \quad \cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

Örnek17: Uygun şartlarda tanımlı

$\frac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha} + \operatorname{cosec}\alpha + \sin\alpha$ ifadesinin en sade şeklini bulunuz.

Örnek18: Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\sin 150^\circ$

b) $\tan 240^\circ$

c) $\cos 210^\circ$

d) $\cot 120^\circ$

k çift sayı ise:

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha \quad \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2\pi - \alpha) = \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(2\pi - \alpha) = \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(2\pi - \alpha) = \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

$$\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(2\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

$$\cot(2\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

Örnek19: Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\sin \frac{5\pi}{6}$

b) $\tan \frac{7\pi}{6}$

c) $\cot 300^\circ$

d) $\cot \frac{3\pi}{4}$

e) $\sin \frac{4\pi}{3}$

f) $\cos \frac{7\pi}{4}$

Örnek20: $\cot(-45^\circ) - 2 \cdot \sin \frac{-\pi}{6}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

Örnek21: $\sin(6\pi - \alpha) + \sin(\alpha - 8\pi)$

Örnek22: $\tan 17^\circ \cdot \tan 18^\circ \cdot \tan 19^\circ \dots \tan 75^\circ$ ifadesinin sonucu nedir ?

Örnek23: $\frac{\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ}{\cot 25^\circ \cdot \cot 26^\circ \dots \cot 65^\circ} = ?$

Örnek26: Tanımlı olduğu yerde $a+b = \frac{\pi}{2}$ olmak üzere $\cot(4a+5b) \cdot \cot(5a+4b) = ?$

Örnek24: X,Y,Z bir üçgenin iç açı ölçüleri olmak üzere $\frac{\cot \frac{Y+Z}{2} \cdot \cot \frac{X}{2}}{\sin^2 \frac{Y}{2} + \sin^2 \frac{X+Z}{2}}$ ifadesinin sonucunu bulunuz.

Örnek27: $\frac{\pi}{2} < -\beta < \pi$ ve $\sin \beta = \frac{-3}{5}$ ise $\sec(-\beta) + \tan(\beta + \pi) = ?$

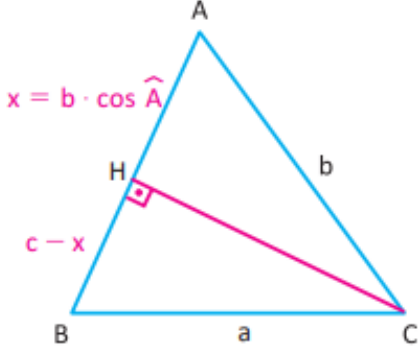
Örnek28: Tanımlı olunan bölgelerde $\frac{\sin \frac{19\pi}{2} + x}{\sin \frac{81\pi}{2} + x} = ?$

Örnek25: $\cos 18^\circ = a$ olmak üzere $\frac{1 + \sin^2 72^\circ - \cot^2 165^\circ \cdot \cot^2 285^\circ}{\cos 198^\circ}$ ifadesinin a türünden eşiti nedir ?

Örnek29: $\tan 315^\circ + \cot 855^\circ = ?$

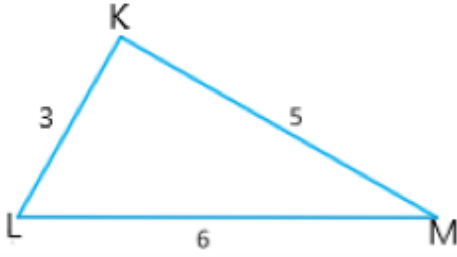
Kosinüs Teoremi

Herhangi bir üçgende bir kenar uzunluğunun karesi, diğer iki kenar uzunluğunun kareleri toplamından bu kenar uzunlukları ile bu iki kenar arasındaki açının kosinüs değerinin çarpımının iki katının çıkarılmasıyla elde edilir

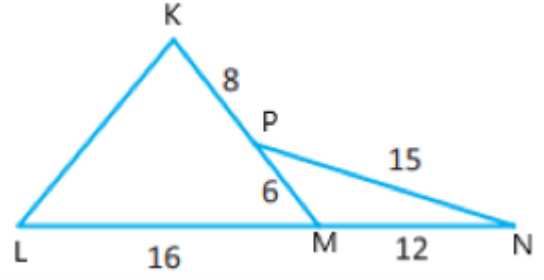


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

Örnek30: Şekildeki KLM üçgeninde $\cos \hat{K}$ değerini bulunuz.



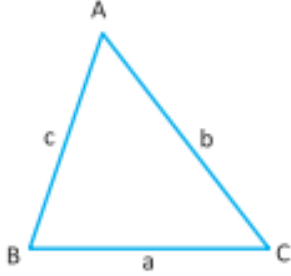
Örnek31: $|KL|=?$



Örnek32: Bir KMN üçgeninin kenar uzunlukları k, m, n ve $n \neq m$ olmak üzere $m \cdot k^2 - m^3 + n^3 = k^2 \cdot n$ ise $m(\hat{K})=?$

Sinüs Teoremi

Bir üçgende her kenarın uzunluğu, karşısındaki açının sinüs değeri ile doğru orantılıdır

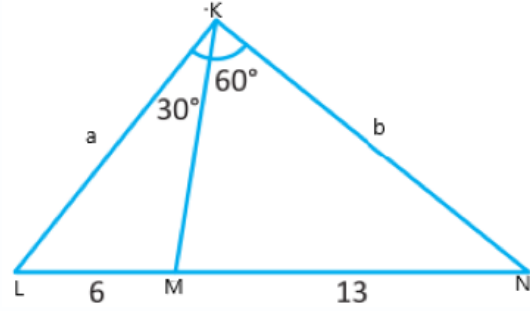


$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{C}}{c}$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

Örnek33: Bir KLM üçgeninde $|KM|=10$ cm, $m(\widehat{LKM})=75^\circ$, $m(\widehat{KLM})=60^\circ$ ise $|KL| = ?$

Örnek34: $|KL|=a$, $|KN|=b$ olmak üzere a'nın b'ye oranını bulunuz.



Örnek35: Kenar uzunlukları x,y ve z olan XYZ üçgeninde $\frac{\sin \hat{Y}}{\sin \hat{Z}} = \frac{2}{3}$, $y+z = 15$ cm, X açısının ölçüsü de 60° ise x kaç cm dir ?

Trigonometrik Fonksiyonların Periyodu

$f:A \rightarrow B$ bir fonksiyon olmak üzere $\forall x \in A$ için $f(x+T)=f(x)$ eşitliğini sağlayan $T \neq 0$ sayısı varsa, f **periyodik fonksiyondur**, $T \in \mathbb{R}$ sayısı da f fonksiyonunun bir **periyodudur**. Bu eşitliği sağlayan en küçük T sayısına f fonksiyonunun **esas periyodu** denir.

$k \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ için $\sin(x+k \cdot 2\pi) = \sin x$ ve $\cos(x+k \cdot 2\pi) = \cos x$ olduğundan sinüs ve kosinüs, periyodik fonksiyonlardır. Bu durumda $T = k \cdot 2\pi = 2\pi$ olur. (k en az 1 alındığından)

Tanımlı aralıklarda $\tan(x+k \cdot \pi) = \tan x$ ve $\cot(x+k \cdot \pi) = \cot x$ olduğundan tanjant ve kotanjant periyodik fonksiyonlardır. Bu durumda $T = k \cdot \pi = \pi$ olur.

$a \neq 0$ olmak üzere

$$f(x) = p \cdot \sin(ax+b) + c \text{ ve}$$

$g(x) = p \cdot \cos(ax+b) + c$ fonksiyonlarının periyodu

$$T = \frac{2\pi}{|a|}$$

olur.

Örnek36: Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

a) $f(x) = \cos(2x+5)$

b) $g(x) = 11 \cdot \cos\left(\frac{10x-2}{6}\right) - 8$

c) $h(x) = \sin(6x+4)$

d) $k(x) = -6 \cdot \sin\left(\frac{5-7x}{3}\right)$

$a \neq 0$ olmak üzere

$$f(x) = p \cdot \tan(ax+b) + c \text{ ve}$$

$g(x) = p \cdot \cot(ax+b) + c$ fonksiyonlarının periyodu

$$T = \frac{\pi}{|a|}$$

olur.

Örnek37: Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

a) $f(x) = \cot\left(5x - \frac{8}{9}\right) + 7$

b) $g(x) = 3 - 4 \cdot \cot\left(\frac{x}{-7} + 3\right)$

c) $h(x) = \frac{3 \cdot \tan\left(\frac{3x-5}{4}\right) - 1}{6}$

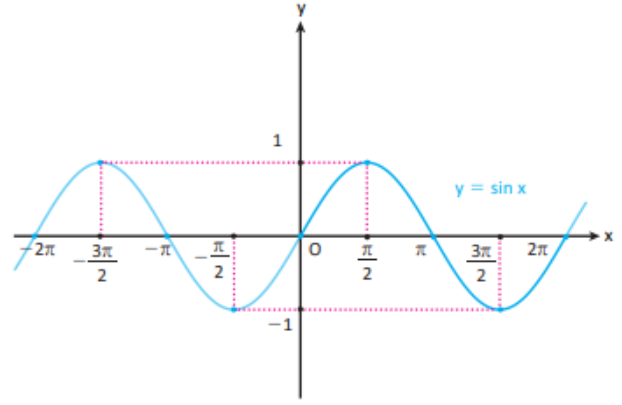
d) $k(x) = 1 - \tan\left(\frac{-12x}{5} + \frac{12}{7}\right)$

Örnek38: $f(x) = \pi - 4 \cdot \cos\left(\frac{x-7}{m}\right)$ fonksiyonu için $T = 20\pi$ ise m in alabileceği değerler toplamı nedir ?

Örnek39: $0 < m$ olmak üzere

$f(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{x}{m} - \frac{\pi}{9}\right) + 6$ fonksiyonu için $T = \frac{\pi}{6}$

ise $k(x) = \tan\left(\frac{3\pi}{5} + \frac{mx}{3}\right)$ fonksiyonunun periyodu nedir ?



Bir fonksiyonun grafiği orijine göre tek ise, fonksiyon tek fonksiyon olarak adlandırılır. Sinüs fonksiyonu orijine göre simetrik noktalardan oluştuğu için, sinüs fonksiyonu tek fonksiyondur. Bu durumda:

$$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x) \text{ olur.}$$

Kosinüs Fonksiyonunun Grafiği

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun periyodu $T = 2\pi$ olduğundan grafik $[0, 2\pi]$ aralığında çizilmelidir. Elde edilen aralık 2π aralıklarında tekrarlanırsa, $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun grafiği çizilmiş olur.

$[0, 2\pi]$ aralığında $f(x) = \cos x$ fonksiyonunun açı değerleri:

$$x = 0 \text{ için } y = \cos 0 = 1 \Rightarrow (0, 1)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \cos \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$x = \pi \text{ için } y = \cos \pi = -1 \Rightarrow (\pi, -1)$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \text{ için } y = \cos \frac{3\pi}{2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}, 0\right)$$

$$x = 2\pi \text{ için } y = \cos 2\pi = 1 \Rightarrow (2\pi, 1) \text{ olur.}$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y = cos x	1	0	-1	0	1

Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri ve Yorumu

Sinüs Fonksiyonunun Grafiği

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun periyodu $T = 2\pi$ olduğundan grafik $[0, 2\pi]$ aralığında çizilmelidir. Elde edilen aralık 2π aralıklarında tekrarlanırsa, $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun grafiği çizilmiş olur.

$[0, 2\pi]$ aralığında $f(x) = \sin x$ fonksiyonunun açı değerleri:

$$x = 0 \text{ için } y = \sin 0 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

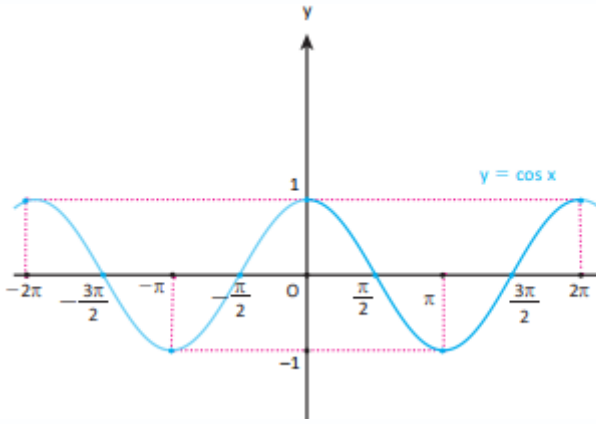
$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$$

$$x = \pi \text{ için } y = \sin \pi = 0 \Rightarrow (\pi, 0)$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \text{ için } y = \sin \frac{3\pi}{2} = -1 \Rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right)$$

$$x = 2\pi \text{ için } y = \sin 2\pi = 0 \Rightarrow (2\pi, 0) \text{ olur.}$$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y = sin x	0	1	0	-1	0



Bir fonksiyonun grafiği y eksenine göre simetrik ise fonksiyon çift fonksiyon olarak adlandırılır. Bu durumda kosinüs fonksiyonu çift fonksiyondur. Bu durumda $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$ olur.

Tanjant Fonksiyonunun Grafiği

$\tan: \mathbb{R} - \{x : x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyonunun periyodu $T = \pi$ dir.

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ aralığının uzunluğu π olduğu için bu aralıktaki tanjant fonksiyonun grafiği, π uzunluğundaki aralıkta tekrarlanır.

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ aralığında tanjant fonksiyonunun değerleri:

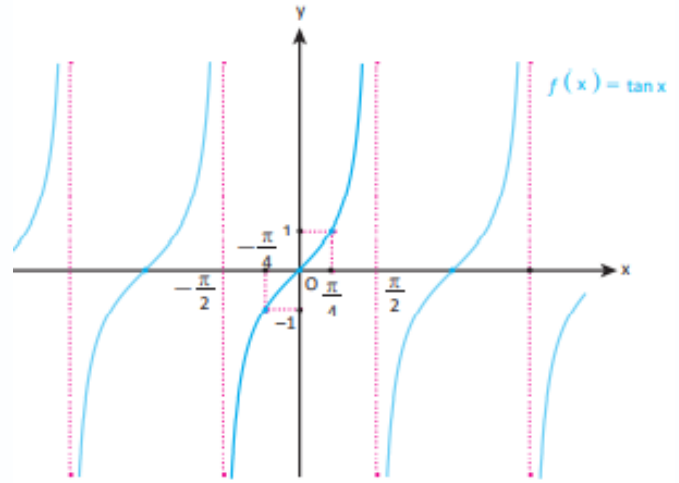
$$x = -\frac{\pi}{4} \text{ için } y = \tan(-\frac{\pi}{4}) = -1 \Rightarrow (-\frac{\pi}{4}, -1)$$

$$x = 0 \text{ için } y = \tan 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$x = \frac{\pi}{4} \text{ için } y = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow (\frac{\pi}{4}, 1)$$

$$x = \pm \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \tan(\pm \frac{\pi}{2}) \text{ tanımsızdır.}$$

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
y = tan x	tanımsız	-1	0	1	tanımsız



Tanjant fonksiyonunun grafiği orijine göre simetrik olduğundan, tanjant tek fonksiyondur. Yani

$$f(-x) = \tan(-x) = -\tan x = f(x) \text{ olur.}$$

Kotanjant Fonksiyonunun Grafiği

$\cot: \mathbb{R} - \{x : x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı fonksiyonunun periyodu $T = \pi$ dir.

$(0, \pi)$ aralığının uzunluğu π olduğu için bu aralıktaki kotanjant fonksiyonun grafiği, π uzunluğundaki aralıkta tekrarlanır.

$(0, \pi)$ aralığında kotanjant fonksiyonunun değerleri:

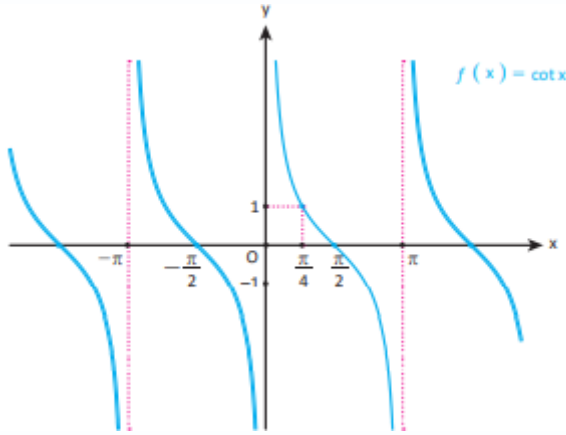
$$x = \frac{\pi}{4} \text{ için } y = \cot(\frac{\pi}{4}) = 1 \Rightarrow (\frac{\pi}{4}, 1)$$

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ için } y = \cot(\frac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow (\frac{\pi}{2}, 0)$$

$$x = \frac{3\pi}{4} \text{ için } y = \cot(\frac{3\pi}{4}) = -1 \Rightarrow (\frac{3\pi}{4}, -1)$$

$x = 0$ ve $x = \pi$ için kotanjant fonksiyonu tanımsızdır.

x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
y = cot x	tanımsız	1	0	-1	tanımsız



Grafik incelendiğinde kotanjant fonksiyonunun noktaları orijine göre simetrik olduğundan, kotanjant tek fonksiyondur.

$$f(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -f(x) \text{ olur.}$$

Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

Sinüs Fonksiyonunun Ters Fonksiyonu

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ fonksiyonu, tanımlı olduğu aralıklarda birebir ve örtendir. Birebir ve örten olduğu aralıklardan biri olan $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ aralığını tanım kümesi olarak alırsak

$f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \sin x$ fonksiyonu birebir ve örtendir ve tersi vardır.

$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ fonksiyonuna, **sinüs fonksiyonunun ters fonksiyonu** denir.

Sinüs fonksiyonun tersi $f^{-1}(x) = \arcsin x$ şeklinde gösterilir.

$$y = \sin x \Leftrightarrow x = \arcsin y \text{ ve } \arcsin(\sin x) = x \text{ olur.}$$

Örnek40: $x = \arcsin \frac{4}{5} \Rightarrow \cos x = ?$

Örnek41: Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arcsin(\frac{-\sqrt{2}}{2})$

b) $\arcsin(\frac{1}{2})$

c) $\cot[\arcsin(\frac{\sqrt{3}}{2})]$

d) $\sin[\arcsin(\frac{1}{2})]$

Kosinüs Fonksiyonunun Ters Fonksiyonu

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ fonksiyonu, tanımlı olduğu aralıklarda birebir ve örtendir. Birebir ve örten olduğu aralıklardan biri olan $[0, \pi]$ aralığını tanım kümesi olarak alırsak

$f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ fonksiyonu birebir ve örten olup tersi vardır.

$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ fonksiyonuna **kosinüs fonksiyonunun ters fonksiyonu** denir.

Kosinüs fonksiyonunun ters fonksiyonu $f^{-1}(x) = \arccos x$ şeklinde gösterilir.

$$y = \cos x \Leftrightarrow x = \arccos y \text{ ve } \arccos(\cos x) = x \text{ olur.}$$

Örnek42: $\cos[\arccos(\frac{\sqrt{3}}{2})] = ?$

Örnek43: $\arccos(1)=?$

Tanjant Fonksiyonunun Ters Fonksiyonu

$F: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\tan x$ fonksiyonu birebir ve örten olsun. Bu durumda $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ şeklinde tanımlanan fonksiyona, tanjant fonksiyonunun ters fonksiyonu denir. $f^{-1}(x)=\arctan x$ şeklinde gösterilir.

$y = \tan x \Leftrightarrow x = \arctan y$ ve $\arctan(\tan x) = x$ olur.

Örnek44: Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\arctan(\frac{\sqrt{3}}{3})$

b) $\arctan[\tan(\frac{\pi}{4})]$

c) $\cos[\arctan(\frac{7}{24})]$