

Basit Eşitsizlikler

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $a < b$, $a \leq b$, $a > b$ veya $a \geq b$ şeklindeki ifadeler **basit eşitsizlikler** denir.

$x, y, a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere

- Bir eşitsizliğin her iki tarafına herhangi bir reel sayı eklenip çıkartılırsa eşitsizlik değişmez.

$$X < y \Leftrightarrow x \pm a < y \pm a$$

- Bir eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirmez ama negatif bir sayı ile çarpılırsa eşitsizlik yön değiştirir.

$$x < y \Leftrightarrow \begin{cases} xa < ya, & a > 0 \\ xa > ya, & a < 0 \end{cases}$$

- Bir eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir sayı ile bölünürse eşitsizlik yön değiştirmez ama negatif bir sayı ile bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

$$x < y \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{a} < \frac{y}{a}, & a > 0 \\ \frac{x}{a} > \frac{y}{a}, & a < 0 \end{cases}$$

- $<$ işleminin geçişme özelliği vardır

$$x < y \text{ ve } y < z \text{ ise } x < z \text{ dir.}$$

- Aynı yönlü eşitsizlikler taraf tarafa toplanabilir ama eşitsizliklerde taraf tarafa çıkarma, çarpma, bölme işlemleri yapılamaz.

$$\begin{array}{r} x < y \\ a < b \\ + \\ \hline x + a < y + b \end{array}$$

- Her iki tarafı da aynı işaretli olan eşitsizliklerde iki tarafın çarpmaya göre tersi alınırsa eşitsizlik yön değiştirir. x ile y aynı işaretli ise

$$x < y \Leftrightarrow \frac{1}{x} > \frac{1}{y} \quad (x \neq 0, y \neq 0)$$

- Pozitif sayılardaki eşitsizliklerde iki tarafın da pozitif doğal sayı kuvvetinin alınması, eşitsizliğin yönünü değiştirmez. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$0 < a < b \Rightarrow a^n < b^n$$

- Negatif sayılar arasındaki eşitsizliklerde her iki tarafın tek doğal sayı kuvveti alınırsa eşitsizlik yön değiştirmez. Çift doğal sayı kuvvetleri alınırsa (sıfır hariç) eşitsizlik yön değiştirir. $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$a < b < 0 \Rightarrow \begin{cases} a^{2n-1} < b^{2n-1} < 0 \\ a^{2n} > b^{2n} > 0 \end{cases}$$

- 1 den küçük sayıların çift kuvveti kendisinden büyük, tek kuvveti kendisinden küçüktür. $n \in \mathbb{Z}^+ - \{-1\}$ olmak üzere

- $a > 1 \Rightarrow a^n > a$
- $0 < a < 1 \Rightarrow a^n < a$
- $-1 < a < 0 \Rightarrow a^n > a$
- $a < -1 \Rightarrow a^n > a$ (n çift)
- $a < -1 \Rightarrow a^n < a$ (n tek)

- 0 ve 1 arasındaki sayıların karesi kendisinden küçüktür. Tersine, karesi kendisinden küçük olan sayılar 0 ve 1 arasındadır.

$$a^2 < a \Rightarrow 0 < a < 1$$

Örnek18: $m^2 < m \Rightarrow 5m+6$ ifadesinin alabileceği kaç tam sayı değeri vardır ?

Örnek19: $a, b \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $-9 < a < 5$, $-2 < b \leq 7$ olduğuna göre $3a + 4b$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır ?

- $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere $ax+b \leq 0$, $ax+b \geq 0$, $ax+b < 0$, $ax+b > 0$ şeklindeki ifadelere, x bilinmeyenine (değişkenine) bağlı **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** denir.

Örnek20: $3x + 4 < 6x - 2$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz ve sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

Örnek21: $5m-7 < 2m+5 < 4m+1$ eşitsizliğini sağlamayan m tam sayıları kaç tanedir ?

Örnek22: x TL'ye mal alan Turgut Bey mallarını $5x-200$ TL'ye sattığına göre, Turgut Bey'in kâr edebilmesi için x en az kaç olmalıdır ?

Örnek23: $-4 < x < 9$ olmak üzere $x^2 - 4x + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük değeri ve en büyük değeri bulunuz.

Örnek24: $3a - 2b - 5 = 0$ ve $-2 < b < 2$ ise a nın en geniş değer aralığı nedir ?

Örnek26: $2x + y \leq 6$ eşitsizliğinin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.

Örnek25: $\frac{k^4(k-3)}{2^k(k-1)^2} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir ?

- $a, b \in \mathbb{R}$, $a, b \neq 0$ olmak üzere $ax+by+c \leq 0$, $ax+by+c \geq 0$, $ax+by+c < 0$, $ax+by+c > 0$ tipindeki ifadeler, **birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlik** denir. Eşitsizliği sağlayan (x, y) ikililerine, **eşitsizliğin çözüm kümesi** denir. Çözüm kümesi analitik düzlemde boyalı bölge olarak gösterilir.
- $\leq$ veya $\geq$ işareti varsa doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesine aittir ve düz çizgi şeklinde çizilir.
- $<$ veya $>$ işareti varsa doğru üzerindeki noktalar çözüm kümesine ait değildir ve bu yüzden kesikli çizgi şeklinde çizilir.

Örnek27: $4x + 3y > 12$ eşitsizliğinin çözüm kümesini analitik düzlemde gösteriniz.